ಲೋ ಫ್ಲೋರ್ ಹೈ ಸೀಲಿಂಗ್ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು

ಚುಕ್ಕೆಗಳಿಂದ ಚೌಕ

ಚೌಕಟ್ಟಿನೊಳಗೇ ಯೋಚಿಸಿ

ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್

ಸ್ನೇಹ ಟಿಟಸ್

ಅನುವಾದ : ಸಿ. ಎಸ್. ಜನಾರ್ದನ್, ಚೈತನ್ಯ ಅಸೋಸಿಯೇಟ್ಸ್ ಮೈಸೂರು

ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಚೌಕವಿರುವ ಹಾಳೆಯು ಲಂಬವಾಗಿ ಹಾಗೂ ಅಡ್ಡಲಾಗಿ ಸಮಾನ ದೂರಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಂದಿಸಲಾದ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸರಳ ಕಲಿಕಾ ಸಾಮಗ್ರಿಯಿಂದ ಅನೇಕ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು. ಯೋಚನಾ ಕೌಶಲದ (ಥಿಂಕಿಂಗ್ ಸ್ಕಿಲ್) ಪುರವಣಿಯಲ್ಲಿ (ನವೆಂಬರ್ 2015) ಪ್ರಕಟಿಸಲಾಗಿದ್ದ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ ' ಒಳಗೆ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವು ಇರುವಂತಹ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಬಹುದೇ '. ಇದರ ಮೂಲಕವೇ ನಾವು ಆರಂಭಿಸಿದೆವು. ಹೀಗೆ ಆರಂಭವಾದ ಅನ್ವೇಷಣೆಯು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ದಿಕ್ಕುಗಳಲ್ಲಿ ಹರಡಿಕೊಂಡಿತು. ನಾವು ಒಂದೆರಡನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸಿ, ಉಳಿದವನ್ನು ನೀವೇ ಮಾಡಲು ಬಿಡುತ್ತೇವೆ. ಎಂದಿನಂತೆ 'ನೆಲದಷ್ಟು ಕಳಗೆ ಹಾಗೂ ಮಾಡಿನಷ್ಟು ಎತ್ತರ' (Low Floor High Ceiling) ರೀತಿಯಲ್ಲೇ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳನ್ನು ನಾವು ವಿನ್ಯಾಸ ಮಾಡಿದ್ದೇವೆ. ತಳದಲ್ಲಿ ನೆಲ ಇರುವುದರಿಂದ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿನ ಸುಲಭವಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಮೂಲಕ ಅನ್ವೇಷಕರು ಸುಸೂತ್ರವಾಗಿ ಕಾಲಿಟ್ಟು ಒಳಬರಬಹುದು. ಅನ್ವೇಷಣೆಯು ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಸವಾಲಿನದಾಗುತ್ತವೆ ಹಾಗೂ 'ಎತ್ತರದಲ್ಲಿನ ಮಾಡು' ರೀತಿಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚಿನ ಸಾಮರ್ಥ್ಯದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯೂ ಕೂಡ ಆಲೋಚಿಸುತ್ತಾ, ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ, ಸಾಧಿಸುತ್ತಾ ಕೆಲಸ ಮಾಡುವಂತೆ ಅಂದರೆ ಒಟ್ಟಿನಲ್ಲಿ ಗಣಿತಜ್ಞರಾಗುವಂತೆ ಮಾಡಲು ಅನುವಾಗುವ ಹಾಗೆ ವಿನ್ಯಾಸಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಚಟುವಟಿಕೆ 1: ಲಂಬ ಮತ್ತು ಅಡ್ಡ ಅಕ್ಷಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಗಳು.
ಗಮನಿಸಿ: ಯಾವಾಗಲೂ ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಶೃಂಗದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

- 1×1 ಚೌಕವು ಎಷ್ಟು ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಸುತ್ತುವರೆದಿದೆ?
- ಚೌಕದ ಗಾತ್ರವು ಹೆಚ್ಚಾದಂತೆ, ಒಳಗಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆಯೇ?
- ಒಂದು $n \times n$ ಚೌಕದ ಒಳಗೆ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?
- ಚೌಕದ ಒಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ದಾರಿಗಳು ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಇವೆಯೇ?

- ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಈ ಎಲ್ಲಾ ವಿಧಾನಗಳೂ $n \times n$ ಚೌಕದ ಒಳಗಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಒಂದೇ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತವೆಯೇ?

ಸೂಚಿಪದಗಳು : ಚುಕ್ಕಿಯ ಹಾಳೆಗಳು, ಚೌಕಗಳು, ಎಣಿಕೆ, ಓರೆ, ವಿನ್ಯಾಸ, ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಣ, ಬೀಜಗಣಿತ

ಚಟುವಟಿಕೆ 2: ಲಂಬಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಗಳು.

ಗಮನಿಸಿ: ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಯಾವಾಗಲೂ ಶೃಂಗದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲಾಗುತ್ತದೆ.

- ಕರ್ಣಗಳು ಲಂಬ ಮತ್ತು ಅಡ್ಡ ಅಕ್ಷಗಳ ನೇರಕ್ಕೆ ಇರುವ ಹಾಗೆ ಅತಿ ಚಿಕ್ಕದಾದ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ. ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಯಾವ ಕೋನದಲ್ಲಿ ಓರೆಯಾಗಿ ಇರುತ್ತವೆ?
- ಎರಡು ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಅಡ್ಡ (ಅಥವಾ ಲಂಬ) ಚುಕ್ಕೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 1 ಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ, ಈ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ ಎಷ್ಟು?
- ಲಂಬಕ್ಕೆ ಇತರ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಬಾಹುಗಳಿರುವಂತೆ ಚೌಕವನ್ನು ರಚಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ?
- ಎರಡು ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಅಡ್ಡ (ಅಥವಾ ಲಂಬ) ಚುಕ್ಕೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವು 1 ಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ, ಈ ಹೊಸ ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- ಅಂತಹ ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದ ವಿಧಾನವನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದೇ? ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯೂ ಅತಿಚಿಕ್ಕ ಚೌಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

• ಹೀಗೆ ರಚಿತವಾಗುವ ಚೌಕಗಳ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪ್ರಾತಿನಿಧಿಕ ಸೂತ್ರವನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳಬಹುದೇ?

ಚಟುವಟಿಕೆ 3: ಲಂಬಕ್ಕೆ ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಚೌಕಗಳ ಒಳಗೆ ಇರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸುವುದು.

- ನೀವು ರಚಿಸಿದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೀತಿಯ ಚೌಕಕ್ಕೂ ಮತ್ತೂ ದೊಡ್ಡ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಒಳಗಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಎಣಿಸಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ರೀತಿಯ ಚೌಕಗಳಿಗೂ ವಿವರಗಳನ್ನು ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- ಒಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನೀವು ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಹುಡುಕಬಹುದೇ?
- ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಓರೆಯಾಗುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಹೆಚ್ಚಿದ ಓರೆಗೂ ಒಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧಕ್ಕೆ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೇ?

ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಟಿಪ್ಪಣಿಗಳು:

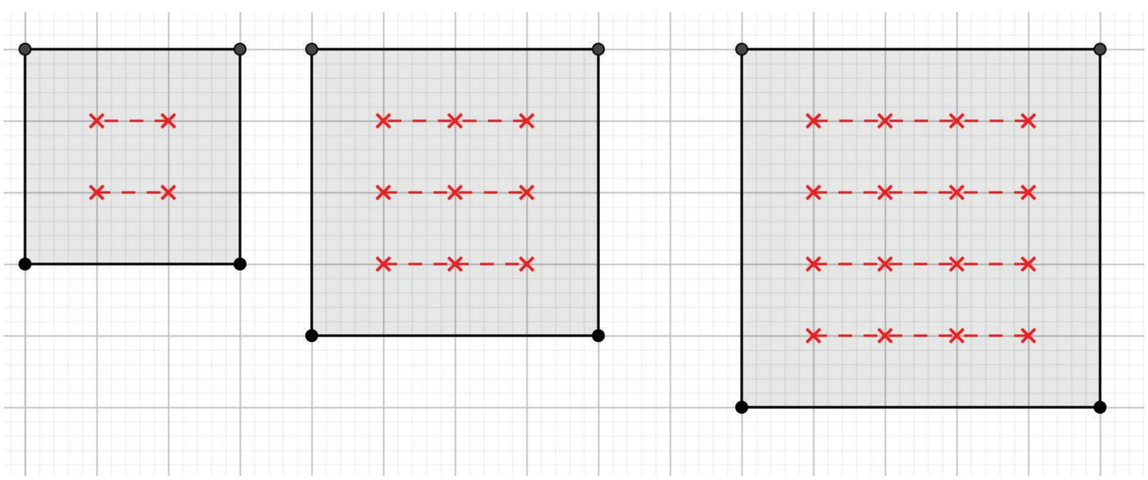
ನಮಗೆ ಬಂದ ಅಂತಿಮ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನಷ್ಟೇ ನಾವಿಲ್ಲಿ ನೀಡಿದ್ದೇವೆ. ಒಂದು ಅನ್ವೇಷಣೆಯು ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮುಕ್ತವಾಗಿ ಆರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆಗ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ನಿರ್ಬಂಧಗಳಿರಬಾರದು. ಅವರು ಗಮನಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದಂತೆಯೇ, ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಾಣುತ್ತಾರೆ ಮತ್ತು ತುಸುವೇ ಮಾರ್ಗದರ್ಶನ ಅವರನ್ನು ಹೆಚ್ಚು

ವ್ಯವಸ್ಥಿತವಾಗಿ ದಾಖಲಿಸುವ ವಿಧಾನಕ್ಕೆ ಒಡ್ಡುತ್ತದೆ. ಅವರ ಆಸಕ್ತಿಯು ತೀವ್ರಗೊಳ್ಳುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಅವರು ಹೊಸ ಆವಿಷ್ಕಾರಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು ಮತ್ತು ಅವರು ಬಯಸುವ ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಗಳನ್ನು ಅನುಸರಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೆನಪಿಡಿ.

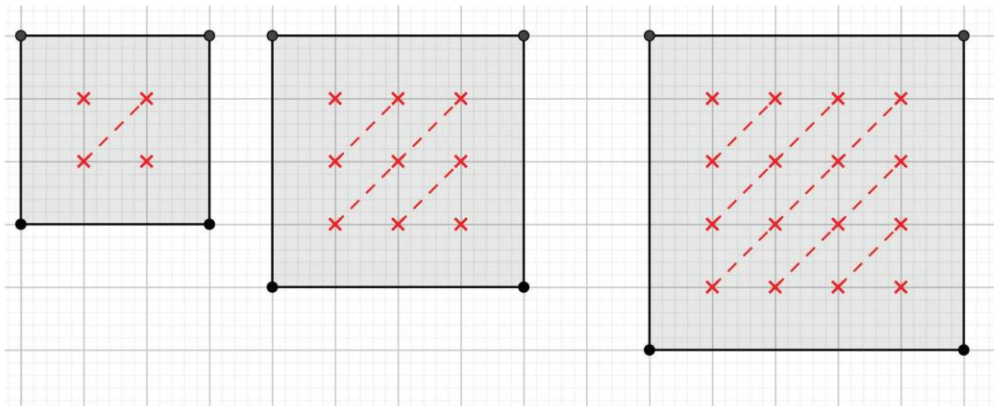
ಚಟುವಟಿಕೆ 1: ಚಿತ್ರ 1.1 ಮತ್ತು 1.2 ಹಾಗು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನಮ್ಮ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ಫಲಿತಾಂಶಗಳನ್ನು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ	**ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ 1**	**ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ 2**	**ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ 3**	**ಒಳಗಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ**
1				0
2				1
3	2+2	2X2	1+2+1	4
4	3 + 3 + 3	3X3	1 + 2 + 3 + 2 + 1	9
5	4 + 4 + 4 + 4	4 × 4	1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1	16
n	$(n - 1)$ ಅನ್ನು $(n - 1)$ ಬಾರಿ ಕೂಡುವುದು	$(n - 1) \times (n - 1)$	$2\ (1 + 2 + \ldots (n - 2)) + (n - 1)$ $= (n - 2)(n - 1) + (n - 1)$	$(n - 1)2$

ಕೋಷ್ಟಕ 1



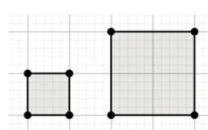
ಚಿತ್ರ 1.1

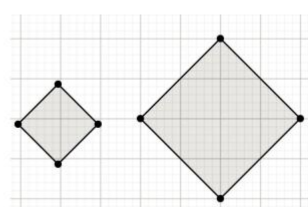


ಚಿತ್ರ 1.2

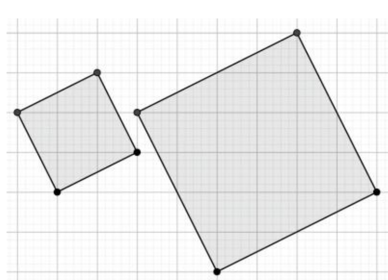
ಚಟುವಟಿಕೆ 2:

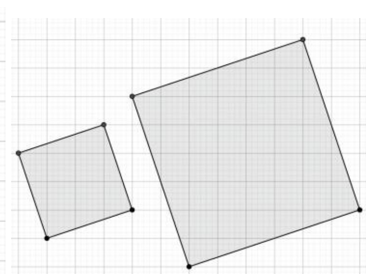
ಓರೆಗಳು ಹೆಚ್ಚುವಂತೆ ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕಗಳು - ಚಿತ್ರ 2 ನೋಡಿ. ಓರೆಯ ಕಲ್ಪನೆಗೆ ಇನ್ನೂ ಪರಿಚಿತರಲ್ಲದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ಮೊದಲಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಊಹಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಕಷ್ಟವಾಗಬಹುದು. ಆದರೆ ಅನ್ವೇಷಿಸಲು ಅವರಿಗೆ ಸಮಯವನ್ನು ನೀಡಿ. ಪ್ರವಣತೆಯ (slope) ಕಲ್ಪನೆ ಮತ್ತು ಲಂಬ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರವಣತೆಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ಬಹಳ ಸಹಜವಾಗಿ ಅವರಿಗೆ ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ ಅದೂ ಕೂಡ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ವಿವರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡದೆಯೂ.





ಚಿತ್ರ 2.1 ಚಿತ್ರ 2.2





ಚಿತ್ರ 2.3 ಚಿತ್ರ 2.4

ಓರೆಯಾಗಿರುವಿಕೆ ಮತ್ತು ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದದ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ

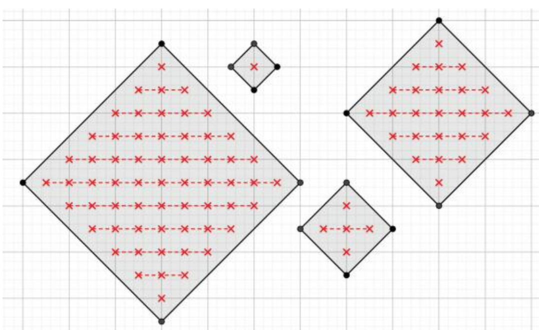
ಚಿತ್ರ	ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ	ಓರೆಯ ವಿವರಗಳು ಅಕ್ಷರಗಳಲ್ಲಿ
2.1	1 ಮಾನ	ಲಂಬ ಮತ್ತು ಅಡ್ಡ ಬಾಹುಗಳು
2. 2	$\sqrt{2}$ ಮಾನಗಳು	ಎಡ ಚುಕ್ಕೆಯಿಂದ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗೆ ಹೋಗಲು ಬಲಕ್ಕೆ 1 ಮನೆ ಮತ್ತು ಮೇಲಕ್ಕೆ 1 ಮನೆ ಹೋಗಬೇಕು. ಕೆಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆಗೆ ಹೋಗಲು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿ.
2. 3	$\sqrt{5}$ ಮಾನಗಳು	ಎಡ ಚುಕ್ಕೆಯಿಂದ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗೆ ಹೋಗಲು ಎಡ ಚುಕ್ಕೆಯಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ 2 ಮನೆ ಮತ್ತು 1 ಮನೆ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಹೋಗಬೇಕು. ಕೆಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆಗೆ ಹೋಗಲು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿ.
2. 4	$\sqrt{10}$ ಮಾನಗಳು	ಎಡ ಚುಕ್ಕೆಯಿಂದ ಬಲಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗೆ ಹೋಗಲು ಎಡ ಚುಕ್ಕೆಯಿಂದ ಬಲಕ್ಕೆ 3 ಮನೆ ಮತ್ತು 1 ಮನೆ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಹೋಗಬೇಕು. ಕೆಳಗಿನ ಚುಕ್ಕೆಗೆ ಹೋಗಲು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿ.

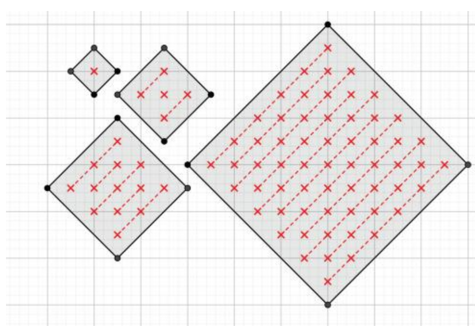
ಕೋಷ್ಟಕ 2

ಚಟುವಟಿಕೆ 3

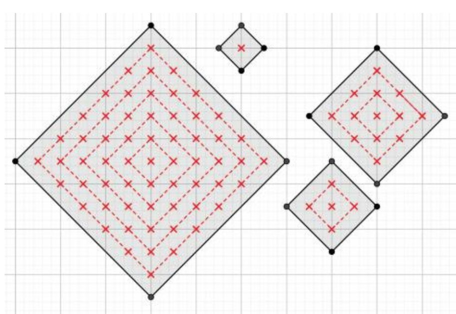
ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದಗಳು$\sqrt{2}$ದ ಅಪವರ್ತ್ಯದೋಪಾದಿಯಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುವಂತೆ ಇರುವ ಚೌಕಗಳಲ್ಲಿನ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಮೊತ್ತಗಳ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 3 ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಬಣ್ಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದು ಹಾಗೂ ಇಲ್ಲಿ ನಾವು ಸೂಚಿಸದೇ ಇರುವ ಹೊಸ ಹೊಸ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಹೊರಹೊಮ್ಮುವುದನ್ನು ನೋಡಬಹುದು.

ಸ್ಥಳದ ಮಿತಿಯಿಂದಾಗಿ ಚೌಕಗಳ ಗಾತ್ರವನ್ನು ಸರಿಹೊಂದಿಸಬೇಕಾಯಿತು ಎಂಬುದನ್ನು ದಯವಿಟ್ಟು ಗಮನಿಸಿ. ಅದರಿಂದಾಗಿ, ಚೌಕಗಳ ಕೆಲವು ಶೃಂಗಗಳು ಚುಕ್ಕೆಗಳಿಂದ ದೂರ ಸರಿದಿರಬಹುದು. ಆದಾಗ್ಯೂ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ಮೊದಲಿನ ಸ್ಥಿತಿಯನ್ನು ಉಳಿಸಿಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ, ಅಂದರೆ, ಚೌಕಗಳ ಶೃಂಗಗಳು ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಮೇಲೆ ಇರುತ್ತವೆ.

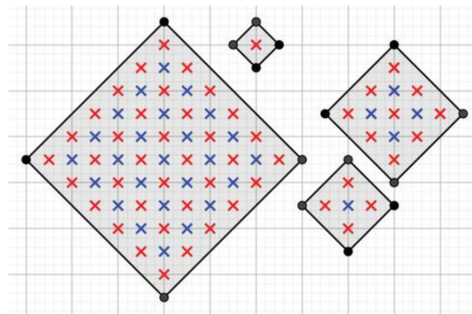




ಚಿತ್ರ 3.1 ಚಿತ್ರ 3.2



ಚಿತ್ರ 3.3

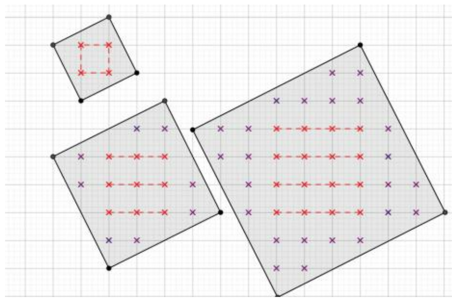


ಚಿತ್ರ 3.4

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ	ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ **1**	ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ **2**	ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ **3**	ಒಳಗಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
$\sqrt{2}$	1	1	1	1
$2\sqrt{2}$	$1+3+1$	$2+1+2$	$1+(2\times 2)$	5
$3\sqrt{2}$	$=1+3+5+3+1=2(1+3)+5$	$3+2+3+2+3$	$1+(2\times 2)+(2\times 3)+(2\times 1)$ $=1+4+8$	13
$6\sqrt{2}$	$=1+3+5+7+9+11+9+7+5+3+1$ $=2(1+3+5+7+9)+11$	$6+5+6+5+6+5+6+5+6+5+6$	$=1+(2\times 2)+(2\times 3+2\times 1)+(2\times 4+2\times 2)+(2\times 5+2\times 3)+(2\times 6+2\times 4)$ $=1+4+8+12+16+20$	61
$n\sqrt{2}$	$=2(1+3+5+\ldots(2n-3))+2n-1$ $=2(n-1)2+2n-1$ $=2n2-2n+1$	$(n)\times(n)+(n-1)(n-1)$ $=2n2-2n+1$	$=1+(2\times 2)+(2\times 3+2\times 1)+\ldots\ldots(2n+2(n-2))$ $=1+4+8+\ldots+4(n-1)$ $=1+2(n-1)(n)$ $=2n^2-2n+1$	$2n^2-2n+1=n^2+(n-1)^2$

ಕೋಷ್ಟಕ 3

ಹಾಗೆಯೇ, ಸಂಕಲನಕ್ಕಾಗಿ ಇತರ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಹೊರಹೊಮ್ಮಬಹುದು ಮತ್ತು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಗಮನಿಸಲು ಆರಂಭಿಸಿದಾಗ ಸುಂದರವಾದ ಚಿತ್ರಗಳೂ ಮೂಡಿಬರಬಹುದು. ಚಿತ್ರ 4 ಮತ್ತು ಕೋಷ್ಟಕ 4 ನೋಡಿ.



ಚಿತ್ರ 4

ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ	**ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ 1**	**ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ 2**	**ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವ ಸೂತ್ರ 3**	**ಒಳಗಿರುವ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ**
$\sqrt{5}$	2 × 2	2 × 2		4
$2\sqrt{5}$	3 × 3 + 4 × 2	3 × 3 + 4 × 2		17
$3\sqrt{2}$	= 4 × 4 + 4 × 4 + 4 × 2	2 + 4 + 4 × 7 + 4 + 2		40

ಕೋಷ್ಟಕ 4

ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೂ 3ನೆಯ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ? ಪ್ರತಿ ಸೂತ್ರಕ್ಕೂ ಸಾಮಾನ್ಯೀಕರಿಸಿದ ಪ್ರಾತಿನಿಧ್ಯಗಳನ್ನು ರಚಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

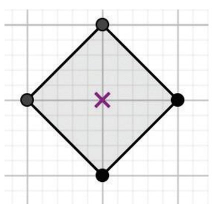
ಗಣಿತೀಕರಣವು ಎಂದಿಗೂ ಇಷ್ಟೊಂದು ಸಂತಸದಾಯಕವಾಗಿರಲಿಲ್ಲ, ಅಲ್ಲವೇ? ನಿಮ್ಮ ಮುಂದೆ ನಾವು ತೆರೆದಿಟ್ಟಿರುವ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಆನಂದಿಸಿದ್ದೀರಿ ಎಂದು ನಾವು ಭಾವಿಸುತ್ತೇವೆ.

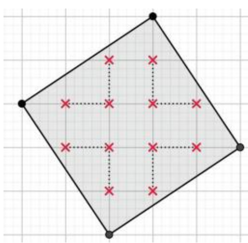
ಈ ಅನ್ವೇಷಣೆಯನ್ನು ಮಾಡಲು ಮತ್ತೊಂದು ದಾರಿಯೆಂದರೆ ಯೋಚನಾ ಕೌಶಲದ (ಥಿಂಕಿಂಗ್ ಸ್ಕಿಲ್) ಪುರವಣಿಯಲ್ಲಿರುವ ಮೂಲ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು (http://teachersofindia.org/en/ebook/thinking-skills-pullout), ಚೌಕಗಳೊಳಗೆ ಆವೃತ್ತವಾದ ಚುಕ್ಕೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಮತ್ತು ಚೌಕವೊಂದರೊಳಗೆ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಚುಕ್ಕೆಗಳಿರಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಎಂಬ ಪ್ರಶ್ನೆಯನ್ನು ಕೇಳಿಕೊಳ್ಳಿ.

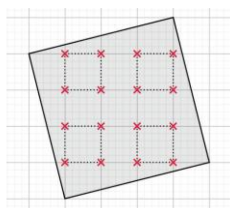
ಚೌಕವು 1, 4, 9, 16.... n^2 ಚುಕ್ಕಿಗಳನ್ನು ಸುತ್ತುವರೆಯಬಹುದು ಎನ್ನುವುದು ಸ್ಪಷ್ಟ.

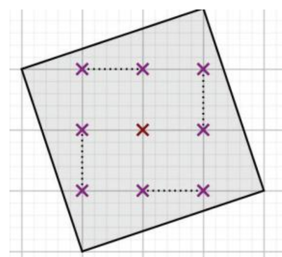
45 ° ಓರೆಯಾದವುಗಳಲ್ಲಿ 1, 5, 13, 25 ... ಚುಕ್ಕೆಗಳು ಇರಬಹುದು - ಹಾಗೂ ಇದರ ವಿನ್ಯಾಸ $n^2 + ((n - 1)^2$ ಎಂಬುದು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಕಂಡುಬರುತ್ತಿದೆ.

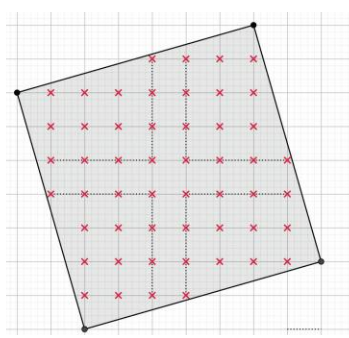
ಇದು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 20 ರವರೆಗೆ 4k ಅಥವಾ $4k + 1$ ಆಗಿದೆ. ಚಿತ್ರ 1.1, 1.2, 3.1-3.4 ಮತ್ತು 4 ಗಳಲ್ಲಿನ ಚೌಕಗಳನ್ನು ನೀವು ಮರುಪರಿಶೀಲಿಸಿದರೆ ಇದನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಮಟ್ಟಿಗೆ ವಿವರಿಸಬಹುದು. ಚೌಕಗಳನ್ನು ಎರಡು ಗುಂಪುಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡಬಹುದು: (i) ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚುಕ್ಕೆಯಿರುವ ಉದಾ. 45 ° ಓರೆಯಾಗಿರುವ ಚೌಕಗಳು ಮತ್ತು (ii) ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಚುಕ್ಕೆ ಇಲ್ಲದಿರುವ ಉದಾ. ಚಿತ್ರ 4 ರಲ್ಲಿನ ಅತಿ ದೊಡ್ಡ ಚೌಕ. ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಚುಕ್ಕೆ ಇರುವಲ್ಲಿ ಅದನ್ನು ನೀವು ಪರಿಗಣಿಸದೇ ಬಿಟ್ಟರೆ, ಉಳಿದ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಚತುರ್ಥಕಗಳಲ್ಲಿ ಸಮಾನವಾಗಿ ವಿಭಜಿಸಬಹುದು. [ಚಿತ್ರ 6 ನೋಡಿ]. (ತನ್ನ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುವಿನ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಮಡಿಕೆಯ ಪರಿಭ್ರಮಣ ಸಮಮಿತಿಯನ್ನು ಇದು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ ಎನ್ನುವುದು ನಿಚ್ಚಳವಾಗಿದೆ) . ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಚತುರ್ಥಕವು k ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಆಗ (i) ರಲ್ಲಿನ ಚೌಕಗಳು $4k + 1$ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ (ii) ರಲ್ಲಿನ ಚೌಕಗಳು $4k$ ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.


ಚಿತ್ರ 6.1


ಚಿತ್ರ 6.2


ಚಿತ್ರ 6.3


ಚಿತ್ರ 6.4



ಚಿತ್ರ 6.5

ಪ್ರತಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕ k ಗೆ $4k$ or $4k + 1$ ಇರುವಂತೆ ಚೌಕಗಳನ್ನು ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ? ಸರಿಯಾಗಿ ತಿಳಿಯದು... 20, 21, ಅಂದರೆ, $k = 5$ ಅಂತೂ ಅಸಾಧ್ಯವೆಂದು ತೋರುತ್ತದೆ. ಸರಿಯಾಗಿ 20 ಅಥವಾ 21 ಚುಕ್ಕೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಚೌಕವೊಂದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲೂಬಹುದು!

ನಿಮ್ಮ ಮಂಥನಕ್ಕಾಗಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಚಿಂತನೆಗಳನ್ನು ಹರಿಬಿಟ್ಟಿದ್ದೇವೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಬಹುದೇ?

ಸ್ವಾತಿ ಸರ್ಕಾರ್ ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜೀ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಶಿಕ್ಷಣ ಮುಂದುವರಿಕೆ ವಿಭಾಗ ಹಾಗೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಅವರ 2ನೆಯ ಪ್ರೀತಿಯ ವಿಷಯ (ಚಿತ್ರಕಲೆ 1ನೆಯದು). ಇಂಡಿಯನ್ ಸ್ಟಾಟಿಸ್ಟಿಕಲ್ ಇನ್ಸ್ಟಿಟ್ಯೂಟ್ ಇಂದ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಪದವಿ ಮತ್ತು ಸ್ನಾತಕೋತ್ತರ ಪದವಿಯನ್ನು ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಸಿಯಾಟಲ್ ನ ವಾಷಿಂಗ್ಟನ್ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ ಎಂ ಎಸ್ ಪದವಿ ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಮಕ್ಕಳು ಹಾಗು ಶಿಕ್ಷಕರೊಂದಿಗೆ ಗಣಿತ ಸಂಬಂಧಿತ ಕಾರ್ಯಗಳಲ್ಲಿ 5 ವರ್ಷಗಳಿಂದಲೂ ತೊಡಗಿಸಿಕೊಂಡಿದ್ದಾರೆ. ಮಾಡುವ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ತೀವ್ರ ಆಸಕ್ತಿ ಹೊಂದಿದ್ದಾರೆ- ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಓರಿಗಾಮಿಯಲ್ಲಿ. ಅವರ ಸಂಪರ್ಕ ಕೊಂಡಿ swati.sircar@apu.edu.in

ಸ್ನೇಹಾ ಟೈಟಸ್ ಅವರು ಅಜೀಂ ಪ್ರೇಮ್ಜೀ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯದ ಶಿಕ್ಷಣ ಮುಂದುವರಿಕೆ ವಿಭಾಗ ಹಾಗೂ ವಿಶ್ವವಿದ್ಯಾನಿಲಯ ಸಂಪನ್ಮೂಲ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಹಾಯಕ ಪ್ರಾಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತದ ಸೌಂದರ್ಯ, ತಾರ್ಕಿಕತೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಸ್ತುತತೆಯನ್ನು ಹಂಚಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಅವರ ಆಸಕ್ತಿಯ ವಿಷಯ. ಗ್ರಾಮೀಣ ಹಾಗೂ ನಗರ ಪ್ರದೇಶದ ಶಾಲೆಗಳ ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರಿಗೆ ಸ್ನೇಹಾ ಅವರು ಸಲಹೆಗಾರರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಸಮಸ್ಯೆಗಳ ಪರಿಹಾರದ ಮೂಲಕ ಕೌಶಲ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಹಾಗೂ ಗಣಿತ ಕಲಿಸಲು ಬಳಸುವ ಶಿಕ್ಷಣ ತಂತ್ರಗಳ ಕಾರ್ಯಾಗಾರಗಳನ್ನು ನಡೆಸುತ್ತಾರೆ.   ಅವರ ಸಂಪರ್ಕ ಕೊಂಡಿ sneha.titus@azimpremjifoundation.org